ΠΡΟΤΥΠΟ
ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
ΑΝΔΡΕΑΣ ΚΑΛΟΔΙΚΗΣ

Σωτήρος Διός & Πραξιτέλους 153
ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Τηλ. & Fax: 211 0 134 134 - 135

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Θέμα Α

Α1. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 31.

Α2. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 14.

Α3. Παραπομπή στο σχολικό βιβλίο σελίδα 72.

Α4. ***Σωστό – Λάθος***

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Λάθος

Σωτήρος Διός & Πραξιτέλους 153
ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Τηλ. & Fax: 211 0 134 134 - 135

Θέμα Β

Β1. ***α)*** $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{10} x_i\nu_i}{10}=$

$$\bar{x}=\frac{1\cdot 2+3\cdot 3+5\cdot 4+9\cdot 1}{10}=\frac{40}{10}=4$$

β) Διατάσσοντας τις παρατηρήσεις κατά αύξουσα σειρά έχουμε 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9. Επειδή, οι παρατηρήσεις είναι άρτιου πλήθους ισχύει

$$\delta=\frac{t_5+t_6}{2}=\frac{3+5}{2}=4$$

γ) $s^2=\dfrac{1}{10}\cdot\sum_{i=1}^{10} t_i^2\nu_i-\bar{x}^2=\dfrac{1}{10}\cdot\left(1^2\cdot 2+3^2\cdot 3+5^2\cdot 4+9^2\cdot 1\right)-4^2=5$

Β2. $Cv=\dfrac{s}{|\bar{x}|}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}=0{,}56>0{,}1$ άρα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Γ

Γ1. $f(x)=x^2-x+1,\ x\in\mathbb{R}$

Η f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=2x-1$.

Επιλύοντας $f'(x)>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Πίνακας μονοτονίας

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\searrow$		$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	

Σωτήρος Διός & Πραξιτέλους 153
ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Τηλ. & Fax: 211 0 134 134 - 135

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = \frac{1}{2}$ ελάχιστη τιμή την $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.

Το ακρότατο είναι $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Γ2. Η εφαπτομένη που διέρχεται από το $A(2, f(2))$ έχει τύπο $y = \lambda x + \beta$ με $\lambda = f'(2) = 3$ και $f(2) = 2\lambda + \beta$. Οπότε $3 = 6 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$ άρα, $y = 3x - 3$.

Γ3. $(\varepsilon) : y = 3x - 3$

- Σημεία τομής με $x'x$

  Η τετμημένη του σημείου τομής $(\varepsilon) - x'x$ προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης $0 = 3x - 3 \Rightarrow x = 1$

  $K(1, 0)$

- Σημεία τομής με $y'y$

  Η τεταγμένη του σημείου τομής $(\varepsilon) - y'y$ προκύπτει ως η τιμή

  $y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$

  $\Lambda(0, -3)$

Γ4. $A = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$

Αφού η f είναι συνεχής (ως πολυωνυμική) προκύπτει ότι το όριο είναι απροσδιόριστης μορφής $\frac{0}{0}$.

$$A = \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt{f(x)} - 1\right)\left(\sqrt{f(x)} + 1\right)}{(x - 1)\left(\sqrt{f(x)} + 1\right)} = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - 1}{(x - 1)\left(\sqrt{f(x)} + 1\right)} =$$

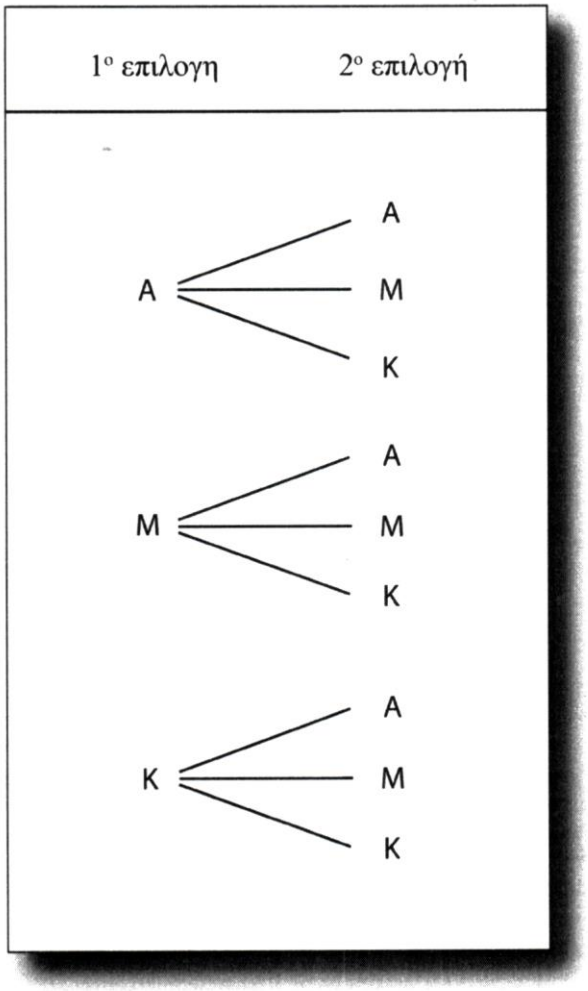
$$= \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)} = \lim_{x \to 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)} = \frac{1}{2}$$

Σωτήρος Διός & Πραξιτέλους 153
ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Τηλ. & Fax: 211 0 134 134 - 135

Θέμα Δ

Δ1. Αν συμβολίσουμε Α: άσπρη, Μ: μαύρη, Κ: κόκκινη.

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης προκύπτει από το παρακάτω δενδροδιάγραμμα.



$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$

Δ2. $A = \{AM, MM, KM\}$

$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$

Σωτήρος Διός & Πραξιτέλους 153
ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Τηλ. & Fax: 211 0 134 134 - 135

Δ3. ***α)*** Επειδή τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα έχουμε:

- $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- $A \cap B = \{AM, KM\}$ άρα $P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$
- $A - B = \{MM\}$

  $P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$
- $B - A = \{AK, MA, MK, KA\}$

  $P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$

β) Αφού $A \cup B = \{AM, MM, KM, AK, MA, MK, KA\}$ και $\Gamma \cap A = \varnothing$ και $\Gamma \cap B = \varnothing$ τότε $\Gamma \cap (A \cup B) = \varnothing$ οπότε οι δυνατές περιπτώσεις είναι:

$\Gamma = \{AA\}$ ή $\Gamma = \{KK\}$ ή $\Gamma = \{AA, KK\}$ οπότε $P(\Gamma) = P(\{AA, KK\}) = \frac{2}{9}$.